SỞ GIÁO DỤC - ĐÀO TẠO
BÌNH ĐỊNH

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT 2012-2013
TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN

Đề chính thức

Môn thi: **TOÁN**
Ngày thi: **14 / 6 / 2012**
Thời gian làm bài: **120 phút** (không kể thời gian phát đề)

Bài 1: (2điểm)

Cho biểu thức $D = \left(\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{1-\sqrt{ab}}+\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{1+\sqrt{ab}}\right):\left(1+\frac{a+b+2ab}{1-ab}\right)$ với $a > 0$, $b > 0$, $ab \neq 1$

a) Rút gọn D.

b) Tính giá trị của D với $a = \frac{2}{2-\sqrt{3}}$

Bài 2: (2điểm)

a) Giải phương trình: $\sqrt{x-1}+\sqrt{4+x}=3$

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x+y+xy=7 \\ x^2+y^2=10 \end{cases}$

Bài 3: (2điểm)

Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho Parabol (P) là đồ thị của hàm số $y=\frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng (d) có hệ số góc m và đi qua điểm I (0 ; 2).

a) Viết phương trình đường thẳng (d).
b) Chứng minh rằng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi m.
c) Gọi x_1 , x_2 là hoành độ hai giao điểm của (d) và (P). Tìm giá trị của m để $x_1^3+x_2^3=32$

Bài 4: (3điểm)

Từ điểm A ở ngoài đường tròn tâm O kẻ hai tiếp tuyến AB, AC tới đường tròn (B, C là các tiếp điểm). Đường thẳng qua A cắt đường tròn (O) tại D và E (D nằm giữa A và E, dây DE không đi qua tâm O). Gọi H là trung điểm của DE, AE cắt BC tại K.

a) Chứng minh 5 điểm A, B, H, O, C cùng nằm trên một đường tròn.
b) Chứng minh: $AB^2 = AD . AE$.
c) Chứng minh: $\frac{2}{AK}=\frac{1}{AD}+\frac{1}{AE}$

Bài 5: (1điểm)

Cho ba số a , b , c khác 0 thỏa mãn: $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=0$.

Chứng minh rằng $\frac{ab}{c^2}+\frac{bc}{a^2}+\frac{ac}{b^2}=3$

------------------------------HẾT-------------------------------

BÀI GIẢI

Bài 1: (2điểm)

a) Rút gọn D : Biểu thức $D = \left(\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{1-\sqrt{ab}}+\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{1+\sqrt{ab}}\right):\left(1+\frac{a+b+2ab}{1-ab}\right)$

Với ĐK : a > 0 , b > 0 , ab ≠ 1 Biểu thức D có nghĩa

$$D=\frac{\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)\left(1+\sqrt{ab}\right)+\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)\left(1-\sqrt{ab}\right)}{1-ab}:\frac{1-ab+a+b+2ab}{1-ab}$$

$$=\frac{2\sqrt{a}+2b\sqrt{a}}{1-ab}:\frac{1+ab+a+b}{1-ab}=\frac{2\sqrt{a}\,(1+b)}{1-ab}:\frac{(1+a)(1+b)}{1-ab}$$

$$=\frac{2\sqrt{a}\,(1+b)}{1-ab}.\frac{1-ab}{(1+a)(1+b)}=\frac{2\sqrt{a}}{1+a}$$

b) $a=\frac{2}{2-\sqrt{3}}=4+2\sqrt{3}=3+2\sqrt{3}+1=\left(\sqrt{3}+1\right)^2$

=> $D=\frac{2\sqrt{\left(\sqrt{3}+1\right)^2}}{5+2\sqrt{3}}=\frac{2\left|\sqrt{3}+1\right|}{5+2\sqrt{3}}=\frac{2\left(\sqrt{3}+1\right)}{5+2\sqrt{3}}=\frac{\left(2\sqrt{3}+2\right)\left(5-2\sqrt{3}\right)}{13}=\frac{6\sqrt{3}-2}{13}=\frac{2\left(3\sqrt{3}-1\right)}{13}$ (Vì $\sqrt{3}+1>0$)

Bài 2: (2điểm)

a)Giải phương trình: $\sqrt{x-1}+\sqrt{4+x}=3$ (1)

ĐK: x ≥ 1 (*)

PT viết: $x-1+4+x+2\sqrt{(x-1)(4-x)}=9$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{(x-1)(4-x)}=6-2x \Leftrightarrow \sqrt{(x-1)(4-x)}=3-x$

PT (1) viết: $\Leftrightarrow \begin{cases} 3-x\ge 0 \\ (x-1)(4-x)=(3-x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\le 3 \\ 2x^2-11x+13=0\,(2) \end{cases}$

$PT\,(2)\,co\ nghiem: x_1=\frac{11+\sqrt{17}}{4}(loai)$

$x_2=\frac{11-\sqrt{17}}{4}(thoa\ \mathrm{DK})$

Vậy: PT đã cho có nghiệm: $x_2=\frac{11-\sqrt{17}}{4}$

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x+y+xy=7 \\ x^2+y^2=10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(x+y)+2xy=14 \\ x^2+y^2=10 \end{cases}$

Cộng vế hai PT của hệ ta có: $(x+y)^2+2(x+y)-24=0$

Đặt: x + y = t. Ta có PT: $t^2+2t-24=0$ có 2 nghiệm: $t_1=4;\ t_2=-6$

Với $t_1=4$ ta có hệ: $\begin{cases} x+y+xy=7 \\ x+y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy=3 \\ x+y=4 \end{cases}$ có nghiệm: $\begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases}$ *hoac* $\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$

Với $t_2=-6$ ta có hệ: $\begin{cases} x+y+xy=7 \\ x+y=-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy=13 \\ x+y=-6 \end{cases}$ Hệ vônghiệm.

Vậy: Hệ PT đã cho có hai nghiệm: $\begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases}$ *hoac* $\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$.

Bài 3: (2điểm)

a) Đường thẳng (d) có hệ số góc m có dạng tổng quát: y = mx + b.

Vì: (d): y = mx + b qua điểm I(0; 2): Nên: 2 = m.0 + b => b = 2.

Vậy (d): y = mx +2.

b)Ta có: (P): $y=\frac{1}{2}x^2$

(d): y = mx +2.

PT hoành độ giao điểm của (P) và (d): $\frac{1}{2}x^2=mx+2 \Leftrightarrow x^2-2mx-4=0 \ (1)$

Vì: a = 1 > 0 và c = - 4 < 0 ==> a; c trái dấu ==> PT (1) có hai nghiệm phân biệt ==> (P) cắt (d) tại hai điểm phân biệt.

c) PT (1) luôn có hai nghiệm phân biết $x_1; x_2$ phân biệt:

Theo Viet ta có:

$$\begin{cases} x_1+x_2=2m \\ x_1x_2=-4 \end{cases}$$

Ta có:

$$x_1^3+x_2^3=(x_1+x_2)(x_1^2-x_1x_2+x_2^2)=(x_1+x_2)\left[(x_1+x_2)^2-3x_1x_2\right]$$
$$=2m\left[(2m)^2+12\right]=8m^3+24m.$$

Vì : $x_1^3+x_2^3=32$.

==> $8m^3+24m=32$

$\Leftrightarrow m^3+3m-4=0 \Leftrightarrow (m-1)(m^2+m+4)=0$

$\Leftrightarrow m-1=0 \Leftrightarrow m=1$

$\left(Vi: m^2+m+4=0 \text{ vô nghiêm}\right)$

Vây: m = 1.

Bài 4: (3điểm)

a) **Chứng minh 5 điểm A, B, H, O, C cùng nằm trên một đường tròn:**

Xét tứ giác ABOC

$\widehat{ABO}=90^0 \ (gt)$

Ta có: $\widehat{ACO}=90^0 \ (gt)$

$\Rightarrow \widehat{ABO}+\widehat{ACO}=180^0$

==> ABOC nội tiếp trong đường tròn Đường kính AO

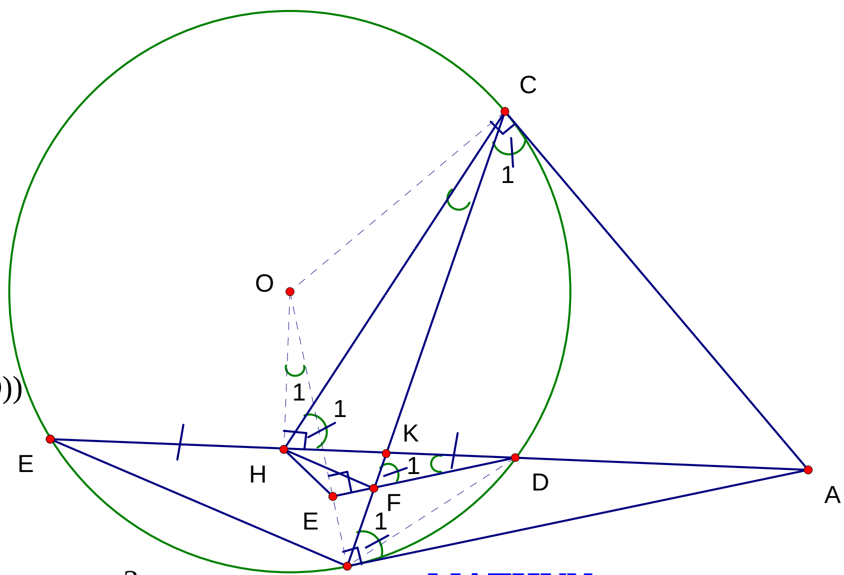
(Vì: $\widehat{ABO}=\widehat{ACO}=90^0\,(gt)$) (1)

Ta lại có: HE = HD (gt)

==> OH $\perp$ED (Đường kính qua trung điểm dây không qua tâm của đ/tròn (O))

$\widehat{AHO}=90^0$

==> H nằm trên đường tròn đường kính AO (2)



Từ (1) và (2) ==> 5 điểm A, B, H, O, C cùng nằm trên một đường tròn.

b) Chứng minh: $AB^2 = AD \cdot AE$:

Xét: $\triangle ABD$ và $\triangle ABE$

Ta có: $\widehat{BAE}$ (góc chung)

$\widehat{AEB} = \widehat{ABD}$ (cùng chắn cung $\overset{\frown}{BD}$ của đ/tròn (O))

==> $\triangle ABD \sim \triangle AEB$ (gg)

==> $\dfrac{AB}{AE} = \dfrac{AD}{AB}$ ==> $AB^2 = AD.AE$.

c) Chứng minh: $\dfrac{2}{AK} = \dfrac{1}{AD} + \dfrac{1}{AE}$:

Ta có: $\dfrac{1}{AD} + \dfrac{1}{AE} = \dfrac{AD + AE}{AD.AE}$

Mà AD + AE = (AH – HD) + (AH + EH)

= (AH – HD) + (AH + HD) (Vì EH = HD)

= 2AH

Vậy: $\dfrac{1}{AD} + \dfrac{1}{AE} = \dfrac{2AH}{AD.AE}$

Mà: $AB^2 = AD.AE$. (Cmt)

==> $AC^2 = AD.AE$ (Vì AB, AC là 2 tiếp tuyến đường tròn (O) => AB = AC)

Vậy: $\dfrac{1}{AD} + \dfrac{1}{AE} = \dfrac{2AH}{AC^2}$ (3)

Ta lại có: $\dfrac{2}{AK} = \dfrac{2AH}{AK.AH}$ (4)

Từ D vẽ OE vuông góc với OB tại E, cắt BC tại F.

Xét tứ giác ODEH

Có: $\widehat{OHD} = 90^0$ (Cmt)

$\widehat{OED} = 90^0$ (Cách ve DE)

$\Rightarrow \widehat{OHD} = \widehat{OED}$ $(= 90^0)$

==> ODEH nội tiếp (Qũi tích cung chứa góc)

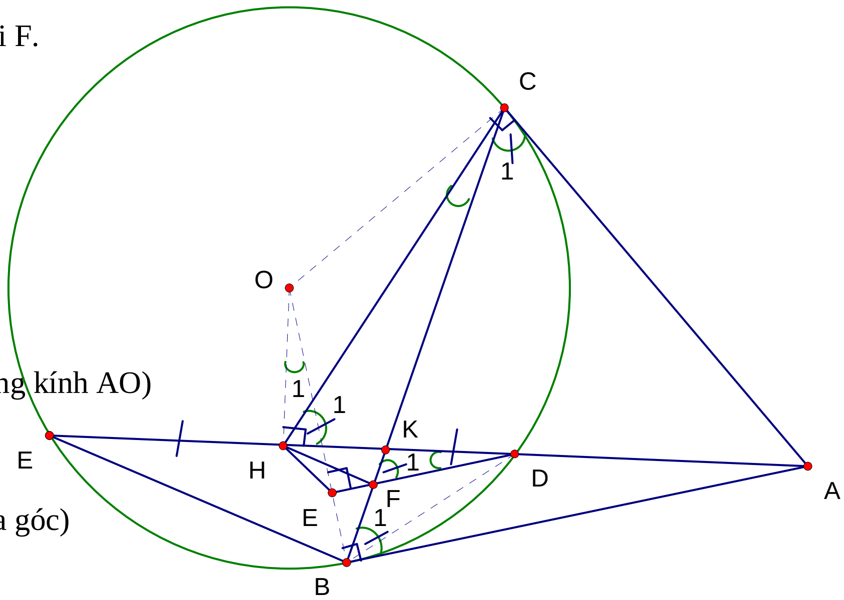
==> $\widehat{O_1} = \widehat{HDE}$ (chắn cung $\overset{\frown}{HE}$)

Mà $\widehat{O_1} = \widehat{BCH}$ (chắn $\overset{\frown}{HB}$ Của đường tròn đường kính AO)

==> $\widehat{HDE} = \widehat{BCH}$

Hay: $\widehat{HDF} = \widehat{FCH}$

==> Tứ giác CDFH nội tiếp (Qũi tích cung chứa góc)



Xét $\triangle ACK$ và $\triangle AHC$

Ta có: $\widehat{CAH}$ (góc chung) (a)

Ta có: $\widehat{H_1} = \widehat{F_1}$ (chắn cung $\overset{\frown}{CD}$ của CDFH nội tiếp)

Mà: $\widehat{F_1} = \widehat{B_1}$ (đồng vị của ED//AB (Vì cùng vuông góc với OB))

Và: $\widehat{B_1} = \widehat{C_1}$ (Vì AB, AC là 2 tiếp tuyến đường tròn (O) => AB = AC) => $\triangle ABC$ cân tại A)

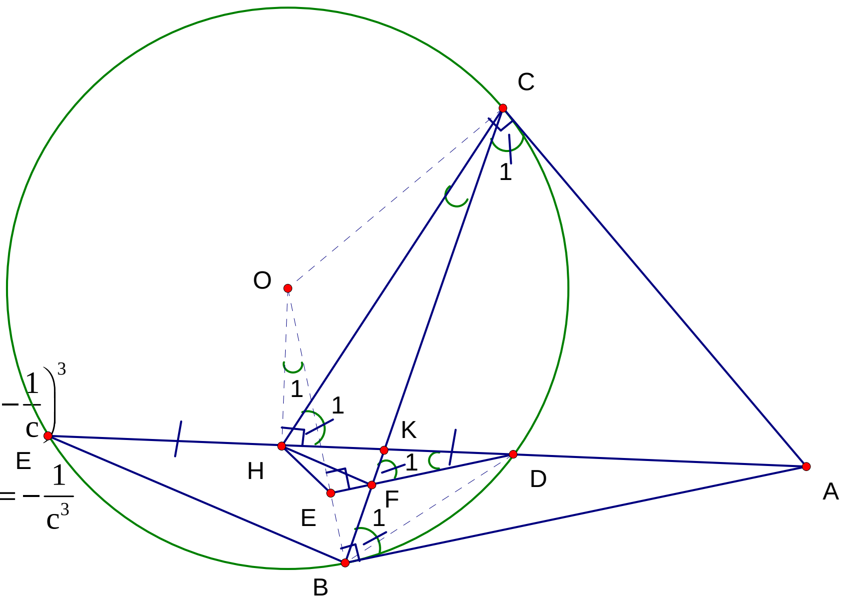
==> $\widehat{H_1} = \widehat{C_1}$ (b)

Từ (a) và (b) ==> $\triangle ACK \sim \triangle AHC \ (gg)$

==> $\dfrac{AC}{AH} = \dfrac{AK}{AC} \Rightarrow AC^2 = AH.AK$

Thay vào (3) ta có $\dfrac{1}{AD} + \dfrac{1}{AE} = \dfrac{2AH}{AH.AK}$ (5)

Từ (4) và (5) ==> $\underline{\dfrac{2}{AK} = \dfrac{1}{AD} + \dfrac{1}{AE}}$.



Bài 5: (1điểm)

Vì: $\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} + \dfrac{1}{c} = 0 \Rightarrow \dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} = -\dfrac{1}{c} \Rightarrow \left(\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b}\right)^3 = \left(-\dfrac{1}{c}\right)^3$

: $\Rightarrow \dfrac{1}{a^3} + \dfrac{1}{b^3} + \dfrac{3}{ab}\left(\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b}\right) = -\dfrac{1}{c^3} \Rightarrow \dfrac{1}{a^3} + \dfrac{1}{b^3} - \dfrac{3}{abc} = -\dfrac{1}{c^3}$

$\Rightarrow \dfrac{1}{a^3} + \dfrac{1}{b^3} + \dfrac{1}{c^3} = \dfrac{3}{abc}$ (1)

Ta có: $\dfrac{ab}{c^2} + \dfrac{bc}{a^2} + \dfrac{ac}{b^2} = \dfrac{abc}{c^3} + \dfrac{abc}{a^3} + \dfrac{abc}{b^3} = abc\left(\dfrac{1}{c^3} + \dfrac{1}{a^3} + \dfrac{1}{b^3}\right)$ (2)

Thay (1) vào (2) ==> Ta có: $\dfrac{ab}{c^2} + \dfrac{bc}{a^2} + \dfrac{ac}{b^2} = abc\left(\dfrac{3}{abc}\right) = 3$

------------------------------HẾT--------------------------------